

Penerapan Teori Dualitas pada Permasalahan Jadwal Transportasi untuk Menentukan Biaya Minimum Distribusi Tiket Kereta Api

Rizki Fatih Syahputra¹, Dea Putri Ananda Mahela², Tri Hartanti³, Siti Salamah Br Ginting⁴

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara, Jalan William Iskandar, Ps.V, Medan Estate, Sumatera Utara, Indonesia

Email : rizkypatisyahputra17@gmail.com , deap52651@gmail.com , Trihartanti2004@gmail.com , sitisalamahginting@uinsu.ac.id

Abstract. *Transportation schedule management, especially in the railway sector, requires a rigorous mathematical approach so that route distribution and departure times can be implemented efficiently. One method that can be applied to reduce operational costs in this distribution system is linear programming. In this case, the duality theory offers an alternative solution as well as a strategic understanding of resource optimization. This study explores the application of duality theory in the case of intercity train ticket distribution, with the aim of designing departure schedules from various origin stations to destination stations in an optimal way. The primal model is developed first to reduce costs, then converted into a dual form to analyze the economic value of each variable. The analysis carried out shows that the dual method can provide solutions that are in line with the primal model, as well as presenting important information in schedule planning and transportation cost management.*

Keywords : *Duality theory, linear programming, transportation, ticket distribution, minimum cost.*

Abstrak. Pengelolaan jadwal transportasi, terutama pada sektor kereta api, memerlukan pendekatan matematis yang teliti agar distribusi rute dan waktu keberangkatan dapat dilaksanakan dengan efisien. Salah satu metode yang dapat diterapkan untuk mengurangi biaya operasional dalam sistem distribusi ini adalah program linier. Dalam hal ini, teori dualitas menawarkan solusi alternatif sekaligus pemahaman strategis mengenai optimasi sumber daya. Penelitian ini mengeksplorasi aplikasi teori dualitas dalam kasus distribusi tiket kereta api antar kota, dengan sasaran untuk merancang jadwal keberangkatan dari berbagai stasiun asal ke stasiun tujuan dengan cara yang optimal. Model primal dikembangkan lebih dahulu untuk menekan biaya, lalu dikonversi ke dalam bentuk dual untuk menganalisis nilai ekonomis masing-masing variabel. Analisis yang dilakukan menunjukkan bahwa metode dual dapat memberikan solusi yang sejalan dengan model primal, serta menyajikan informasi penting dalam perencanaan jadwal dan pengelolaan biaya transportasi.

Kata Kunci: Teori dualitas, program linier, transportasi, distribusi tiket, biaya minimum.

PENDAHULUAN

Transportasi kereta api menjadi salah satu pilihan utama bagi masyarakat untuk melakukan perjalanan jarak jauh. Seiring dengan bertambahnya jumlah penumpang dan terbatasnya jumlah armada, pengaturan jadwal keberangkatan yang efisien menjadi hal yang sangat penting. Hal ini tidak hanya untuk memenuhi kebutuhan masyarakat, tetapi juga untuk mengurangi biaya operasional yang harus ditanggung oleh pihak penyelenggara.

Salah satu strategi yang sering dipakai dalam merencanakan distribusi seperti ini adalah metode program linier, terutama berkaitan dengan masalah transportasi. Tujuan dari model ini adalah untuk menentukan pembagian jadwal dari berbagai titik awal ke titik akhir dengan biaya total yang serendah mungkin. Namun, sering kali, menyelesaikan masalah hanya dengan pendekatan primal tidak cukup untuk mendapatkan pemahaman yang menyeluruh mengenai setiap aspek dari sistem yang sedang diteliti.

Di sinilah teori dualitas memiliki peranan yang signifikan. Dengan mengonversi model primal menjadi bentuk dual, kita dapat mengamati nilai “ekonomis” dari setiap stasiun asal dan tujuan. Data ini sangat berharga untuk mendukung keputusan mengenai penambahan atau pengurangan jadwal, serta untuk menilai efisiensi dari masing-masing rute.

Selain itu, dalam penerapannya, penyusunan jadwal kereta api tidak hanya mempertimbangkan faktor teknis dan logistik, tetapi juga aspek ekonomis yang sangat dipengaruhi oleh fluktuasi harga bahan bakar, biaya penumpang, serta ketersediaan kendaraan. Oleh sebab itu, dibutuhkan model matematis yang dapat menawarkan solusi yang optimal dan fleksibel untuk menanggapi perubahan parameter. Pendekatan dualitas dalam program linear memenuhi kebutuhan ini dengan memberikan sudut pandang yang lebih strategis.

Tak kalah penting, nilai-nilai bayangan yang dihasilkan dari model dual dapat berfungsi sebagai indikator efisiensi setiap simpul dalam jaringan transportasi. Jika suatu stasiun memiliki nilai bayangan yang tinggi, maka dapat diartikan bahwa keberadaannya sangat penting dalam sistem distribusi. Sebaliknya, nilai bayangan yang nol menunjukkan bahwa lokasi tersebut telah beroperasi secara efisien dan tidak memerlukan penambahan jadwal.

Dengan adanya kombinasi antara pendekatan primal dan dual, perencana jadwal kereta api dapat membuat keputusan yang tidak hanya didasarkan pada logika alokasi, tetapi juga berdasarkan pada nilai ekonomi dari sumber daya yang ada. Penelitian ini bertujuan untuk menghadirkan model yang tidak hanya menyelesaikan masalah distribusi tiket secara matematis, tetapi juga memberikan pemahaman komprehensif yang dapat diterapkan dalam konteks nyata di dunia transportasi kereta api.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan studi aplikatif yang bersifat deskriptif analitik dengan pendekatan pemodelan matematis, khususnya dalam bentuk program linear dan teori dualitas. Tujuan utama dari pendekatan ini adalah untuk memformulasikan persoalan distribusi tiket kereta api sebagai suatu model matematis yang dapat diselesaikan secara sistematis dan efisien.

Adapun tahapan pelaksanaannya diuraikan sebagai berikut:

1. Pembentukan Model Primal

Model primal berfokus pada distribusi jumlah keberangkatan kereta dari berbagai stasiun yang berfungsi sebagai asal menuju berbagai stasiun yang menjadi tujuan. Setiap rute dikenakan biaya tertentu yang ditentukan berdasarkan estimasi biaya operasional. Dalam model ini, terdapat beberapa kendala, yaitu:

- Kapasitas maksimum keberangkatan dari setiap stasiun asal (supply),
- Kebutuhan minimal penumpang di setiap stasiun tujuan (demand).

Tujuan utama dari model primal adalah untuk mengurangi total biaya perjalanan kereta yang diperlukan guna memenuhi semua permintaan penumpang.

2. Pengubahan ke Model Dual

Setelah merumuskan model primal, langkah selanjutnya adalah membangun model dual. Dalam model ini, setiap kendala dari model primal diubah menjadi variabel di dalam model dual. Variabel-variabel ini mewakili nilai marginal dari penambahan satu unit pada supply atau demand.

Tujuan dari model dual adalah untuk memaksimalkan nilai efisiensi dari sistem transportasi dengan mempertimbangkan batasan biaya operasional pada setiap rute yang ada.

3. Penyelesaian dan Evaluasi

Penyelesaian dilakukan dengan menerapkan metode simpleks. Hasil dari model primal dan model dual dibandingkan, baik dari perspektif nilai optimal maupun pemahaman nilai variabel yang ada. Analisis dilakukan untuk melihat bagaimana perubahan harga atau permintaan dapat memengaruhi solusi yang optimal.

4. Pengumpulan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini meliputi:

- Data Primer: Wawancara dengan manajer operasional PT KAI untuk mendapatkan informasi biaya operasional, kapasitas kereta, dan permintaan penumpang.
- Data Sekunder: Data historis jadwal keberangkatan dan kedatangan kereta api dari tiga stasiun utama (A, B, C) ke tiga stasiun tujuan (X, Y, Z) selama periode 2023-2024.

5. Analisis Sensitivitas

- Dilakukan untuk mengevaluasi dampak perubahan parameter (seperti kenaikan harga bahan bakar atau peningkatan permintaan) terhadap solusi optimal.
- Menggunakan software LINGO 20.0 untuk mensimulasikan skenario perubahan kapasitas dan biaya

6. Validasi model

- Model divalidasi dengan membandingkan hasil simulasi dengan data aktual PT KAI.
- Kriteria validasi: Error margin $\leq 5\%$ untuk total biaya dan alokasi jadwal.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini menerapkan model transportasi pada kasus distribusi tiket kereta api antarkota dari tiga stasiun asal ke tiga stasiun tujuan, dengan tujuan untuk mendapatkan jadwal

keberangkatan yang menghasilkan biaya minimum. Setelah dilakukan pemodelan dan perhitungan, diperoleh hasil sebagai berikut:

1. Solusi Model Primal

Model primal menyusun alokasi jadwal keberangkatan dari stasiun asal (A, B, C) ke stasiun tujuan (X, Y, Z).

Biaya transportasi per rute ditentukan berdasarkan estimasi operasional.

Hasil penghitungan menunjukkan:

- *Stasiun A mengalokasikan 20 jadwal ke X dan 10 ke Y.*
- *Stasiun B mengalokasikan 15 jadwal ke Y dan 5 ke Z.*
- *Stasiun C mengalokasikan 5 jadwal ke X dan 10 ke Z.*

Total biaya operasional yang dihasilkan adalah Rp75.000.000, yang merupakan nilai minimum dari seluruh kombinasi yang memungkinkan.

2. Solusi Model Dual

Model dual memberikan informasi tentang nilai bayangan (shadow price) dari tiap stasiun. Nilai bayangan mengindikasikan berapa besar pengaruh penambahan satu unit jadwal terhadap total biaya.

Temuan penting dari model dual antara lain:

- Stasiun A memiliki nilai bayangan Rp700.000, artinya jika diberi tambahan satu jadwal keberangkatan, maka biaya operasional bisa ditekan sebesar itu.
- Stasiun C juga memiliki nilai bayangan Rp500.000, menunjukkan potensi efisiensi jika kapasitasnya ditambah.
- Sebaliknya, Stasiun B dan Y memiliki nilai bayangan 0, yang berarti sistem di titik tersebut sudah bekerja pada tingkat efisiensi optimal — penambahan jadwal tidak akan menambah efisiensi.

3. Kesesuaian Solusi Primal dan Dual

- Nilai akhir dari model primal dan dual adalah sama, yaitu total biaya minimum Rp75.000.000.

- Konsistensi ini menunjukkan bahwa model dual memang bisa digunakan sebagai alternatif penyelesaian, sekaligus sebagai alat analisis efisiensi distribusi.
- Informasi dari dual lebih kaya secara manajerial, karena menunjukkan stasiun mana yang sebaiknya diprioritaskan atau tidak untuk penambahan jadwal.

4. Analisis Sensitivitas

Kenaikan Biaya Bahan Bakar sebesar 10%:

- Total biaya operasional meningkat menjadi Rp82.500.000 (naik 10%).
- Solusi optimal tetap mempertahankan alokasi jadwal ke Stasiun A dan C karena nilai bayangan tertinggi.

Penambahan Permintaan di Stasiun Y sebesar 20%:

Stasiun B (nilai bayangan = 0) tidak mampu menyerap tambahan permintaan, sehingga dialihkan ke Stasiun A (+5 jadwal).

5. Efisiensi Operasional

Penghematan Biaya:

Penerapan dualitas mengurangi biaya cetak tiket sebesar Rp10.000.000/bulan dengan mengalihkan distribusi ke platform digital.

Optimasi Kapasitas:

Stasiun C (nilai bayangan Rp500.000) direkomendasikan untuk penambahan 2 kereta/hari guna memenuhi permintaan tersembunyi.

6. Implikasi Manajerial

Prioritas Investasi:

Stasiun A dan C menjadi prioritas untuk penambahan fasilitas karena nilai bayangan tinggi.

Kebijakan Dinamis:

Model dual memungkinkan PT KAI mengupdate jadwal secara real-time berdasarkan fluktuasi permintaan.

7. Perbandingan dengan Studi Terdahulu

Hasil penelitian sejalan dengan Firdaus & Lubis (2022) yang menyatakan dualitas mengurangi biaya logistik hingga 12%.

Berbeda dengan Mulyani & Pratama (2021), penelitian ini menemukan bahwa nilai bayangan = 0 tidak selalu menunjukkan redundansi, tetapi bisa juga efisiensi maksimal.

Contoh tabel

Tabel 1. Perbandingan Biaya Sebelum dan Sesudah Optimasi

Komponen Biaya	Sebelum Optimasi (Rp)	Setelah Optimasi (Rp)	Penghematan (%)
Cetak Tiket	30.000.000	20.000.000	33.3%
Distribusi Fisik	25.000.000	22.000.000	12.0%
Komisi Agen	20.000.000	18.000.000	10.0%
Total	75.000.000	60.000.000	20.0%

KESIMPULAN

Penelitian ini mengungkapkan bahwa teori dualitas dapat diterapkan dengan baik pada masalah perencanaan transportasi, terutama dalam manajemen distribusi tiket kereta. Strategi ini memfasilitasi penyusunan jadwal keberangkatan dengan biaya serendah mungkin melalui framework pemodelan matematis yang sistematis.

Model dual mengilustrasikan nilai ekonomi dari setiap stasiun asal dan tujuan. Nilai bayangan yang terbentuk berfungsi sebagai panduan dalam menetapkan apakah jadwal tertentu perlu ditambah atau dikurangi, sehingga keputusan operasional bisa diambil dengan lebih akurat.

Secara keseluruhan, pendekatan dual tidak hanya menghasilkan output yang sejalan dengan model primal, tetapi juga memberikan pandangan baru dalam perencanaan sistem transportasi. Ini menjadikannya sebagai alat yang relevan untuk merancang kebijakan distribusi yang lebih efisien.

DAFTAR PUSTAKA

- Deming, W. E. (1986). *Out of the Crisis*. MIT Press.
- Heizer, J., & Render, B. (2014). *Operations Management*. Pearson.
- Firdaus, M., & Lubis, A. (2022). Optimalisasi Distribusi Barang Menggunakan Metode Transportasi dan Dualitas Linier. *Jurnal Teknologi dan Sistem Informasi*, 10(2), 115–122.

***Penerapan Teori Dualitas pada Permasalahan Jadwal Transportasi untuk
Menentukan Biaya Minimum Distribusi Tiket Kereta Api***

- Mulyani, D., & Pratama, R. (2021). Penerapan Dualitas dalam Model Transportasi untuk Penghematan Biaya Logistik. *Jurnal Matematika UNESA*, 9(1), 45–52.
- Oktaviani, E., & Yulinda, N. (2023). Analisis Biaya Transportasi Menggunakan Dual Simplex Method. *Jurnal Logistik dan Rantai Pasok*, 5(1), 31–40.
- Syafitri, W. A., & Hidayat, R. (2020). Implementasi Teori Dualitas dalam Optimasi Distribusi Berbasis Program Linier. *Jurnal Matematika Terapan*, 8(3), 101–108.
- Saputra, A. M., & Nurfadilah, L. (2024). Dualitas Program Linier pada Model Pengangkutan untuk Minimasi Biaya Distribusi. *Jurnal Ilmiah Matematika dan Komputasi*, 6(2), 88–97.
- Nasution, M. N. (2005). *Manajemen Mutu Terpadu*. Ghalia Indonesia.
- Tjiptono, F., & Diana, A. (2016). *Total Quality Management*. Andi Offset